

ESTUDIOS SOBRE LA ECONOMÍA ESPAÑOLA

Relaciones de equilibrio entre demografía y crecimiento económico en España

**Francisco Climent Diranzo
Robert Meneu Gaya**

EEE 163

Septiembre 2003



<http://www.fedea.es/hojas/publicado.html>

ISSN 1696-6384

Las opiniones contenidas en los Documentos de la Serie EEE, reflejan exclusivamente las de los autores y no necesariamente las de esta institución.

Relaciones de equilibrio entre demografía y crecimiento económico en España

Francisco Climent Diranzo

Departamento de Economía Financiera (Universidad de Valencia).
Avda. de los Naranjos s/n. 46022, Valencia (España). Tel: 963828369
E-mail: F.Jose.Climent@uv.es.

Robert Meneu Gaya

Departamento de Matemática Económicoempresarial (Universidad de Valencia).
Avda. de los Naranjos s/n. 46022, Valencia (España). Tel: 963828369
E-mail: Robert.Meneu@uv.es.

Resumen

Durante las últimas décadas, la disminución de la fecundidad y la mejora en las expectativas de vida en los países desarrollados ha provocado un incremento en la edad media de la población y que cada vez el porcentaje de gente joven sea menor. La identificación de las relaciones entre las variables demográficas y las socio-económicas es fundamental para valorar y afrontar las consecuencias de estos cambios demográficos estructurales en los próximos años. Este trabajo investiga la relación, en primer lugar, entre las tasas de fecundidad y de mortalidad infantil y, en segundo lugar, entre estas variables demográficas, el producto interior bruto y el nivel de los salarios en España durante el periodo 1960-2000. Los resultados obtenidos indican que tanto la tasa de fecundidad como el producto interior bruto se manifiestan como endógenas al modelo, frente a la tasa de mortalidad infantil que es exógena, además se observa un efecto renta positivo en la demanda de hijos, así como un efecto sustitución de los salarios sobre la tasa de fecundidad.

Abstract

Over the last decades, the declining of the fertility rate and the increasing expectations of life in developed countries have caused a rise in the population's half age and smaller young people's percentage. The identification of the relationships between the demographic variables and the socio-economic ones is fundamental to value and to confront the consequences of these structural demographic changes in next years. This paper investigates the relationship, first, among the total fertility rate and the infant mortality and, second, among these demographic variables, the gross domestic product and the wages in Spain over the period 1960-2000. The results show that the fertility rate and the gross domestic product are endogenous, in front of the infant mortality rate that is exogenous, a positive income effect is also observed on the demand for children, as well as a substitution effect of wages on the fertility rate.

Palabras clave

Fertilidad, Mortalidad, Crecimiento Económico, Cointegración, Función Impulso-Respuesta

Clasificación JEL

C32, J13, O15

1. Introducción

Los principales indicadores demográficos en España han experimentado importantes modificaciones en las últimas décadas. La tasa de natalidad se ha reducido drásticamente y la esperanza de vida al nacer ha aumentado de forma notable. Todo ello ha determinado una desaceleración significativa en el ritmo de crecimiento de la población y ha alterado su estructura por edades, mostrando un marcado envejecimiento de la población. La identificación de las relaciones entre las variables demográficas y las socio-económicas es fundamental para valorar y afrontar las consecuencias de estos cambios demográficos estructurales en los próximos años.

En España, estos cambios se producen de forma más profunda y tardía ya que la tasa total de fecundidad cae más del 62% entre 1967 (3,03 hijos por mujer) y 1998 (1,15 hijos por mujer). De entre los países desarrollados, sólo Italia con un 56% de caída se aproxima al caso español. Por otra parte, la evolución del crecimiento vegetativo (diferencia entre las tasas brutas de natalidad y mortalidad) muestra máximos en España en la década de los 70 iniciándose una pauta descendente que dura hasta la actualidad, mientras que en los principales países europeos los máximos y mínimos se dieron una o dos décadas antes, encontrándose actualmente en un tramo de crecimiento vegetativo ascendente.

Así pues, la intensidad que ha alcanzado este proceso en España y la necesidad de establecer un marco de referencia en torno al que situar la toma de decisiones de política económica aconseja investigar la relación existente entre diferentes variables demográficas y socio-económicas de especial relevancia como son: la tasa total de fecundidad, la tasa de mortalidad infantil, el producto interior bruto per cápita, los salarios medios, la tasa de

dependencia, la tasa de empleo, los gastos en Seguridad Social, los gastos en educación, la tasa de escolaridad por sexos, los tipos de interés y los índices bursátiles, entre otras.

En el estudio de las relaciones entre estas variables se pretende descubrir no sólo la existencia de tendencias comunes en el tiempo sino también el tipo de causalidad que se da entre ellas. Las implicaciones de política económica no son las mismas si, por ejemplo, la fecundidad está causada por la renta per cápita que, por el contrario, sea la fecundidad la que causa la renta per cápita. Así mismo, es importante determinar la endogeneidad o exogeneidad de las variables, en un entorno global de cara a desarrollar una teoría coherente que explique el crecimiento económico. En este sentido, las conclusiones que se deriven de un estudio riguroso de las series históricas de las distintas variables nos orientarán acerca del mejor modelo teórico que represente a la Economía: un modelo clásico en el que el crecimiento económico está determinado por el progreso técnico, que tiene un carácter exógeno, donde la población debe adaptarse a él a largo plazo; un modelo neoclásico en el cual el crecimiento económico va ligado al crecimiento (exógeno) de la población; o un modelo donde tanto el crecimiento económico como la población son variables endógenas. Este último caso parece ser el más aceptado en la literatura actual sobre crecimiento económico, siendo Becker el autor más importante en los inicios del tratamiento de la fecundidad como variable endógena.¹ Una excelente revisión de estudios acerca de la incorporación de la población a los modelos de crecimiento se encuentra en el trabajo de Ehlich y Lui (1997).

¹ Para Becker los hijos forman parte de la función de utilidad de los padres como cualquier otro bien de consumo y, por tanto, la decisión de tener hijos interactúa con la decisión de consumo-ahorro de la que depende el nivel de capital agregado de la Economía. Así, la fecundidad y el crecimiento económico son variables endógenas. Referencias de modelos de este autor son Becker y Barro (1988) y Becker *et al* (1990). Partiendo de esta idea básica, autores como Wigger (1999), Morand (1999), Zhang y Zhang (2001) o Kalemli-Ozcam (2003) entre otros, han analizado el efecto económico de variables como la seguridad social, las transferencias intergeneracionales, la inversión en educación, etc.

Con el objetivo de investigar las relaciones entre estas variables se utilizan recientes técnicas econométricas aplicables a series temporales. En concreto, se analiza la estacionariedad de las series, la causalidad bivalente, la existencia de relaciones de cointegración, tanto bivalente como multivalente entre las series objeto de estudio, indicativas de la existencia o no de una relación de equilibrio a largo plazo, es decir, si comparten o no tendencias comunes. Si las variables están cointegradas existe causalidad de algún tipo entre ellas, por lo que se estima el modelo de corrección de error que se deriva de la relación de cointegración. El modelo de corrección de error permite deducir, a través de distintos test, las direcciones de causalidad, así como la exogeneidad o endogeneidad de las variables. Por último, las propiedades dinámicas del sistema se analizan mediante las funciones impulso-respuesta.

El trabajo se estructura como sigue, en la sección 2 se enuncian los objetivos y se describen conceptos teóricos relevantes a considerar en el estudio. La sección 3 presenta una revisión de los principales trabajos empíricos. La sección 4 describe las variables utilizadas e introduce los conceptos y la metodología de series temporales que se aplica a los datos. La sección 5 se ocupa de la contrastación empírica y se deducen los principales resultados del análisis de estacionariedad, causalidad, cointegración, modelo de corrección de error y dinámica del sistema. Por último, en la sección 6 se resumen las conclusiones de la investigación.

2. Objetivos

Los objetivos de esta investigación se centran en el estudio de las relaciones entre variables demográficas y macroeconómicas. En primer lugar, se persigue verificar o no la existencia de una relación de equilibrio a largo plazo entre las variables consideradas. De

existir esta relación, los efectos a largo plazo de los cambios de una variable sobre otra deben analizarse en un contexto de causalidad multivariante.

Por ello, en segundo lugar se pretende determinar las direcciones de causalidad y los signos esperados en las relaciones entre las variables. En concreto, resulta interesante deducir el signo de la relación entre la tasa de mortalidad infantil y la tasa de fecundidad para determinar cuál de los efectos descritos por Sah (1991) dominan en esta relación. Si existe un nivel de fecundidad objetivo en los padres, dominará el efecto positivo en la relación entre las dos variables ya que la disminución de la mortalidad infantil implica mayor supervivencia y menor necesidad de tener más hijos para lograr el objetivo de fecundidad. En caso contrario, el efecto coste puede ser dominante y llevar a una relación inversa. Este efecto se da porque existe un coste fijo en cada alumbramiento, sobreviva o no. Entonces, el beneficio neto de que sobreviva un hijo aumenta con menores tasas de mortalidad infantil lo que llevaría a mayores tasas de fecundidad.

La relación a largo plazo entre las variables determinará si existe un efecto renta positivo o no en la demanda de hijos. En este sentido, si los hijos son vistos como bienes de inversión se detecta una relación negativa entre producto per cápita y tasa de fecundidad, mientras que si son tratados más como bienes de consumo domina un efecto renta positivo. Otros resultados previstos son la relación negativa entre el producto per cápita y la tasa de mortalidad infantil; la relación positiva entre producto per cápita y salarios; y la relación negativa entre salarios y tasa de fecundidad, poniendo de manifiesto la existencia del coste de oportunidad que supone renunciar a salarios crecientes por tener hijos.

En tercer lugar, se persigue determinar la endogeneidad o exogeneidad de las variables dentro de esta relación de equilibrio a largo plazo. Este resultado tiene su

importancia sobre todo de cara a la elección correcta del mejor modelo teórico que represente a la Economía. En la literatura sobre crecimiento económico los modelos han ido evolucionando hacia los de crecimiento endógeno con fecundidad endógena y los resultados que se obtengan aquí pueden justificar o no el uso de estos modelos más avanzados.

Por último, se investigará la interacción dinámica entre las variables demográficas y económicas, mediante el estudio de cómo los shocks en unas variables se trasladan a las otras y así dar una explicación aproximada a todo el proceso de interrelación entre cambio económico y demográfico.

3. Antecedentes

La compleja interacción entre las variables que envuelven las decisiones de fecundidad sugiere una modelización que permita que todas las variables sean endógenas, como en un análisis de series temporales múltiple. Sin embargo, esta mayor flexibilidad requiere un mayor número de observaciones.

Este trabajo forma parte de una literatura que cada vez utiliza, en mayor medida, técnicas basadas en series temporales para analizar las interrelaciones existentes entre variables macroeconómicas. Sin duda este hecho se está produciendo dada la, cada vez mayor, difusión de información de dichas variables a lo largo de periodos amplios y para la mayoría de países. En este sentido, las relaciones de causalidad entre mortalidad infantil y fecundidad han sido analizadas en diversos trabajos, de forma empírica, planteando controversias los resultados alcanzados en los mismos. Así, Rostow (1990), encuentra que para 76 países los nacimientos y decesos presentan una correlación negativa con el Producto

Interior Bruto (PIB). Estos resultados sugieren que, a medida que un país se desarrolle, tanto la fecundidad como la mortalidad infantil tienden a reducirse.

Por su parte, Shultz (1985), con datos de Suecia para el periodo 1860-1910, muestra que un trimestre de caída de la fecundidad se debía, en un 50%, a la disminución de la mortalidad infantil. Yamada (1985) comprueba que la mortalidad infantil y la fecundidad se determinan conjuntamente. Además, demuestra que un aumento en la renta real per cápita lleva a una disminución en la tasa de mortalidad infantil y, como consecuencia, a una disminución en la fecundidad. Barlow (1994), con datos de 86 países, demuestra que el crecimiento de la renta per cápita está negativamente relacionado con el crecimiento de la población y, positivamente con la fecundidad retardada. Según Barro y Sala-i-Martin (1995) existe una relación negativa entre fecundidad y producto per cápita, resultado que se obtiene tanto mediante un modelo teórico desarrollado a partir del propuesto por Becker y Barro (1988), pero en tiempo continuo y con familias con un horizonte temporal infinito; como empíricamente, con datos de panel de 87 países para el periodo 1965-1975 y 97 países para el intervalo 1975-1985. Sin embargo, Kelley y Schmidt (1995) detectan que la relación entre el crecimiento de la población y el crecimiento económico varía a lo largo del tiempo y puede ser positiva en los países desarrollados. Panopoulo y Tsakloglou (1999), con una muestra de 68 países encuentran que la renta per cápita tiene un coeficiente negativo en la regresión para estimar la fecundidad cuando ésta es la única variable explicativa pero pasa a ser positivo cuando se incorporan otras variables como la mortalidad infantil, educación, índice de urbanización, etc.

Por otro lado, existen estudios basados en el análisis de series temporales para un único país en los que se relaciona a largo plazo las variables demográficas y económicas. Así, Hondroyiannis y Papapetrou (2001, 2002a, 2002b) estudian el caso de Grecia en el

periodo 1960-1996, observando cointegración entre ambos tipos de variables. Además, entre otros resultados, encuentran evidencias de que la fecundidad y el PIB deben considerarse como endógenas y detectan un efecto renta positivo en la demanda de hijos, así como una relación inversa entre el PIB y la tasa de mortalidad. Masih y Masih (1997, 1999 y 2000), por su parte, estudian las tendencias a largo plazo en países asiáticos como India, Bangladesh y Tailandia, incluyendo en el análisis otras variables determinantes de la fecundidad como las políticas de planificación familiar, variables de escolaridad, participación de la mujer en el mercado laboral y el porcentaje de población urbana. En general, observan que las políticas de planificación familiar afectan de manera más relevante sobre la fecundidad que las variables de tipo socioeconómico. Bailey y Chambers (1998) analizan la respuesta de las tasas de fecundidad y de nupcialidad ante shocks de los salarios reales y de la tasa de mortalidad durante el periodo 1542-1800 en Inglaterra. Los resultados que obtienen estos autores indican que los shocks, indicados previamente, afectan de forma predictiva a las tasa de fecundidad y nupcialidad, anticipando en dos o tres años su comportamiento. Por su parte, McNown (2003) detecta una relación negativa entre la tasa de fecundidad y los salarios de las mujeres para datos de Estados Unidos y durante el periodo 1948-1997. Por último, Alam *et al.* (2003) analizan la dinámica entre la fecundidad, la planificación familiar y la educación femenina para Pakistán durante el periodo 1965-1998.

A partir de la literatura analizada se va a delimitar los aspectos en los que este trabajo se centrará especialmente. Por un lado, la decisión de tener hijos, o no, no es una cosa que pueda ser causada por uno o dos factores. La mayoría de las conclusiones se han establecido a partir de la correlación estadística entre una variable explicada y un conjunto de variables explicativas. Sin embargo, como es conocido la correlación entre dos variables

no implica necesariamente una relación de causalidad. Por consiguiente, es necesario examinar si existen relaciones de cointegración entre las diferentes variables o, por el contrario, si se trata de series espurias. Si existe evidencia de relaciones de cointegración entre las variables consideradas implicaría que existe, al menos, una relación de causalidad unidireccional o bidireccional en el sentido de Granger.

Por otro lado, la mayor parte de estos trabajos reconocen que, en teoría, la dinámica de la oferta y de la demanda tiene relevancia en la determinación de la tasa de fecundidad, pero no tienen en cuenta cómo poder capturar la dinámica de la tasa de fecundidad, por un lado, o de otras variables demográficas o de crecimiento económico, por otro. En este punto sería adecuado incorporar el concepto de Modelo de Corrección de Error, que proporciona una adecuada modelización de la dinámica a corto plazo, preservando la información a largo plazo inherente en la relación. Por último, la respuesta dinámica de la tasa de fecundidad, o del resto de variables, debido a un *shock* no anticipado de cada una de las restantes variables se obtiene mediante la representación de la función impulso-respuesta.

4. Datos y Metodología

Las variables demográficas y macroeconómicas utilizadas en el análisis empírico son: las tasas anuales de Fecundidad (TFR), de Mortalidad infantil (TMI), el PIB per cápita (GDP) y los Salarios reales (SAL) durante el periodo 1960-2000². Dado el periodo y la frecuencia muestral considerados, el número de observaciones con la que se puede llevar a cabo el estudio es bastante reducido, especialmente si se considera la incorporación de otras

² Todas las variables se expresan en términos logarítmicos y una descripción detallada de las series se encuentra en el Cuadro 1, mientras que su evolución se representa en el Gráfico 1.

variables explicativas, tales como la tasa de participación de la mujer en el mercado laboral, los tipos de interés e índices bursátiles, entre otras. Además, puede pensarse que la técnica de cointegración pierde potencia con tan pocas observaciones; sin embargo, según los trabajos de Campbell y Perron (1991) y Hakkio y Rush (1991), lo realmente importante no es la frecuencia sino la amplitud del periodo analizado.³

En el análisis empírico se testa la existencia de una relación de cointegración, esto es, de equilibrio a largo plazo entre las cuatro variables, demográficas y económicas, antes citadas. A partir de esa relación se investigan efectos más específicos, en concreto: a través de un modelo de corrección de error se verifica la endogeneidad o exogeneidad de la fecundidad y la renta per cápita, lo cual es importante para representar a la Economía a través del modelo teórico más conveniente; se analiza la relación de causalidad entre variables y el signo esperado en esa relación; y, por último, se observa la dinámica del sistema de las cuatro variables con el objetivo de dar mayor robustez a las relaciones determinadas previamente.

Para realizar estos análisis se siguen los siguientes pasos: en primer lugar, se determina el orden de integración de las series, a continuación se analiza la causalidad en el sentido de Granger y la existencia o no de relaciones de cointegración en un entorno bivalente, este paso previo permitirá establecer unas pautas de comportamiento en las relaciones entre las series objeto de estudio. En tercer lugar, se estudia las relaciones de cointegración existentes entre todas las variables consideradas, con este análisis se obtiene

³ Otras variables podrían haberse considerado; pagos a la seguridad social, número de matrimonios, tipos de interés, índices bursátiles, etc., sin embargo, un elevado número de variables llevaría a problemas de estimación dado que el número de coeficientes a estimar (incluyendo retardos) se puede aproximar al número de observaciones (recordemos que se dispone de 40 observaciones anuales durante el periodo analizado) desapareciendo los grados de libertad. Para mayor detalle véase Johnston y Dinardo (1997).

una visión de conjunto entre las cuatro variables permitiendo, a continuación, la utilización de un modelo de corrección de error que permita testar el grado de exogeneidad (débil y fuerte). Por último, se investiga las propiedades dinámicas del sistema multivariante, mediante la estimación de la Función Impulso Respuesta (FIR) que proporciona una estimación de la respuesta de una variable en el caso de innovaciones producidas por un shock en otra variable.

5. Contrastación Empírica

A continuación se presentan los principales resultados obtenidos a partir de la implementación de la metodología propuesta en la sección anterior.

5.1 Estacionariedad

Una cuestión importante es el tratamiento de series no estacionarias. Las aproximaciones tradicionales o bien han ignorado la no estacionariedad de los regresores o bien utilizan tendencias determinísticas para eliminarla. Desgraciadamente, estas estrategias llevarán a que los estadísticos de la regresión, en el mejor de los casos, tengan distribuciones no estándar, o en el peor de los casos las series sean espurias completamente.

Para solucionar esta situación, se ha contrastado la existencia de raíces unitarias con el fin de identificar el orden de integrabilidad de cada serie temporal. Se ha utilizado el test de Kwiatkowski *et al.* (1992) -KPSS-.⁴ Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro 2 y, en todos los casos, se comprueba que las series se encuentran integradas de orden uno.

⁴ El test KPSS tiene como hipótesis nula la estacionariedad de la serie alrededor de un nivel o tendencia y plantea la siguiente hipótesis. Sea X_t , $t=1,2,\dots,T$, la serie objeto de estudio. Supongamos que dicha serie puede ser descompuesta en la suma de una tendencia determinista t , un paseo aleatorio $r_t = r_{t-1} + u_t$ y un error estacionario ε_t , de esta forma: $X_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t$ donde $u_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$. La hipótesis nula de estacionariedad se establece del siguiente modo $H_0 : \sigma_u^2 = 0$ frente a la hipótesis alternativa $H_A : \sigma_u^2 > 0$. Bajo la hipótesis nula, X_t es estacionaria en torno a una tendencia y, en el caso en que $\xi = 0$, X_t es estacionaria en torno a un nivel (r_t). La existencia de una raíz unitaria se contrasta rechazando la hipótesis nula.

5.2 Análisis de causalidad bivariante

Para contrastar si una variable causa o ayuda a predecir mejor a otra se utiliza, de forma preliminar, el test de causalidad de Granger (1969) basado en modelos de vectores autorregresivos (VAR). Esta metodología investiga las interacciones relacionando las series objeto de estudio, expresadas como diferencias logarítmicas, con los valores de la misma variable y con los del resto de variables, todos ellos retardados. Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro 3 y destaca sobre todo la capacidad de GDP para causar o ayudar a predecir mejor a SAL y a la TFR, no rechazándose en cambio la hipótesis nula de que el producto per cápita no causa a la tasa de mortalidad infantil. Los salarios, por su parte, sólo causan a la tasa de fecundidad y a partir de tres retardos. Por último, entre las variables demográficas se da una relación de causalidad que va desde la variable TMI hacia la variable TFR.

Las relaciones de causalidad detectadas en el entorno bivariante se refieren a un horizonte temporal de corto plazo por ello, y para completar el análisis, se procede al estudio de las relaciones de equilibrio a largo plazo.

5.3 Análisis de cointegración

La teoría económica sugiere con frecuencia la existencia de relaciones de equilibrio entre variables a largo plazo, si bien individualmente pueden fluctuar fuera del equilibrio durante algún tiempo. Los modelos económicos indican que determinadas fuerzas actúan

para restaurar el equilibrio y, por tanto, cierta relación a largo plazo debe de existir entre los conjuntos de variables.⁵

El análisis de cointegración recoge la posibilidad de que las desviaciones de las condiciones de equilibrio de dos variables económicas sean estacionarias, cuando no lo son de forma individual. Lo que se encuentra detrás de este concepto es la existencia de fuerzas económicas que impiden desviaciones persistentes de las condiciones de equilibrio a largo plazo, aunque pueden observarse desviaciones en el corto plazo.

El concepto de cointegración fue introducido por Granger (1981) con el fin de determinar si dos o más variables siguen sendas de crecimiento paralelas, es decir si presentan relaciones de equilibrio a largo plazo. En este sentido se establece que bajo determinadas circunstancias dos variables económicas pueden divergir en el corto plazo, si bien a largo plazo las fuerzas económicas llevarán a ambas hacia la convergencia. Posteriormente Engle y Granger (1987) desarrollaron procedimientos de estimación y contrastación de sistemas cointegrados, proponiendo un modelo bietápico que, dada su sencillez, presenta una serie de problemas que posteriores trabajos intentan solucionar —Johansen (1988 y 1991) y Johansen y Juselius (1990)—. Las principales ventajas de la metodología de Johansen y Juselius frente a la de Engle y Granger se presentan en el Anexo 1.⁶

Johansen y Juselius (*op. cit.*) desarrollan una estrategia que trata los problemas de estimación y contrastación en sistemas cointegrados en un contexto de máxima verosimilitud bajo el supuesto de normalidad. El contraste de esta estrategia se basa en el

⁵ El término de equilibrio en la literatura de cointegración significa que dos series han mantenido una relación entre ellas a lo largo del periodo analizado, pero no significa que en algún subperiodo puedan haber evolucionado de forma diferente.

principio del ratio de verosimilitud, con el fin de discernir, no sólo si existe o no cointegración sino para determinar, además, el rango de cointegración. Este procedimiento se apoya en la representación general del modelo multiecuacional de corrección de error en la que no se distingue, a priori, ningún orden de causalidad entre las variables.⁷

En primer lugar, se procede a testar la existencia o no de relaciones de cointegración bivalente, los resultados se presentan en el Cuadro 4 y sugieren que existen relaciones de equilibrio a largo plazo, por un lado, entre GDP y tanto TFR como SAL y, por otro lado entre TMI y tanto TFR como SAL. Sin embargo esta aproximación no nos dice nada acerca de la relación conjunta entre todas las variables demográficas y económicas.

Según Chou *et al.* (1994) una relación de equilibrio es multivalente por naturaleza, de manera que una desviación de las relaciones a largo plazo entre más de dos variables sólo puede construirse como una combinación de todos los elementos que le pueden afectar directa o indirectamente. Por ello, los resultados del análisis de cointegración bivalente pueden ser engañosos y, por lo tanto, la ausencia de una relación de cointegración entre dos variables no impide que tengan una relación de equilibrio a largo plazo cuando el número de variables consideradas sea mayor. En consecuencia, las relaciones a largo plazo entre las variables demográficas y económicas sólo se pueden establecer de forma completa mediante

⁶ Dadas las ventajas que proporciona la metodología de Johansen y Juselius, será la utilizada en este trabajo. En el Anexo 2 se describe de forma breve esta metodología.

⁷ Los estudios de Monte Carlo realizados por Gonzalo (1994) muestran que el procedimiento de Johansen (1988) funciona mejor que los métodos uniecuacionales (mínimos cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados no-lineales), e incluso que otros métodos multivalentes (componentes principales y correlación canónica) para la estimación de relaciones de cointegración. Ello parece ser así aún cuando el supuesto de normalidad no sea correcto, la dinámica sea desconocida y exista sobreparametrización derivada de la introducción de retardos adicionales.

un análisis de cointegración multivariante que ponga de manifiesto todas las conexiones, si existen, entre fecundidad y mortalidad infantil, como fenómenos demográficos, con los cambios socioeconómicos que van ligados al proceso de desarrollo económico, y que hemos aproximado mediante el producto per cápita y los salarios reales.

Con esta premisa, se procede a estudiar las relaciones de cointegración en el entorno multivariante, los resultados se encuentran en el Cuadro 5 e indican que existe un vector de cointegración según el test del máximo autovalor o dos vectores de cointegración según el test de la traza con un nivel de significatividad del 5%. Según Harris (1995, p.89) en caso de conflicto mediante los dos test, será preferido el resultado proporcionado por el test de la traza, en este sentido optamos por aceptar que existen dos vectores de cointegración.⁸ En cualquier caso, la existencia de cointegración indica que las variables económicas y demográficas mantienen una relación de equilibrio a largo plazo.

A partir de estos resultados, se han planteado restricciones sobre el vector de cointegración para determinar si las variables incorporadas son estadísticamente significativas. El Cuadro 6 presenta los resultados del test de la razón de máxima verosimilitud descrito por Johansen (1992) y Johansen y Juselius (1992). Los resultados sugieren que todas las variables son estadísticamente significativas dentro del vector de

⁸ Los tests de cointegración, tanto bivalente como multivariante, incorporan una constante dada la manifiesta tendencia temporal de las series. El número de retardos considerados se ha determinado a partir de la estimación de un VAR en niveles de las series consideradas (para un mayor detalle puede consultarse Enders, 1995).

cointegración, si bien en el caso de la TMI el nivel de significación a considerar debería ser del 10% para aceptar su inclusión en el vector de cointegración.

5.4 Modelo de Corrección de Error

Dado que las variables están cointegradas y se ha determinado el número de vectores de cointegración en el entorno multivariante, se estima un Modelo de Corrección de Error (MCE)⁹ que incorpora, de forma conjunta, parámetros que permiten analizar las relaciones de causalidad sin incurrir en un error de especificación.¹⁰

Los resultados de la estimación del MCE se encuentran en el Cuadro 7. El término de corrección de error (TCE) mide la proporción en la que los movimientos a largo plazo en la variable dependiente son corregidos en cada periodo a corto plazo. El tamaño y la significatividad estadística del TCE mide la velocidad en que cada variable dependiente tiene tendencia a volver al equilibrio a largo plazo. Así, en primer lugar se testa la significatividad de los TCE en las dos ecuaciones de cointegración, para ello se utiliza el denominado test de exogeneidad débil, que analiza si las restricciones impuestas se identifican para cada uno de los dos vectores de cointegración y para cada posible rango.¹¹ Los resultados obtenidos se presentan en el Cuadro 8, de ellos se desprende que en ningún caso se puede aceptar que las variables consideradas sean exógenas en sentido débil.

Extendiendo el análisis a la causalidad a corto plazo, y a partir de este MCE, se aplica el test de Wald a la significatividad, individual y conjunta, de las variables explicativas retardadas, determinando así la causalidad a corto plazo entre las series. Los resultados se

⁹ Una descripción detallada se encuentra en el Anexo 3.

¹⁰ Este error es el que se cometería al analizar la causalidad en un modelos VAR sin restringir (causalidad a corto plazo), ya que se estaría obviando la parte correspondiente a la relación de cointegración detectada (causalidad a largo plazo) y que se incorpora en el MCE mediante el término de corrección de error (TCE).

¹¹ La condición de identificación se testa numéricamente por el rango apropiado de la matriz jacobiana, para mayor detalle puede consultarse el trabajo de Boswijk (1995).

resumen en el Cuadro 9 y, de forma conjunta se observa que tanto la TFR como el GDP presentan un claro nivel de endogeneidad. Este resultado es importante de cara a investigaciones teóricas porque sugiere que el modelo que representa a la Economía debe ser de crecimiento endógeno y con fecundidad endógena, frente a modelos alternativos que toman la fecundidad exógena o aquéllos en los que la única fuente de crecimiento viene a través de una función de producción con progreso técnico exógeno.

5.5 Funciones Impulso-Respuesta

Si bien el Modelo de Corrección de Error estimado permite determinar la existencia de causalidad (a corto y largo plazo), no dice nada acerca de las propiedades dinámicas del sistema. En este sentido, se analiza la función impulso-respuesta (FIR). El propósito de la misma consiste, por lo tanto, en medir la respuesta ante *shocks* en cada una de las variables demográficas y económicas por parte de cada una de las variables restantes. Este análisis permite ver si existe una transmisión de influencias significativas entre las series consideradas y calibrar su persistencia. En este sentido, y siguiendo a Lütkepohl (1993), esta técnica puede ser interpretada como un tipo de causalidad distinta a la de Granger en la medida en que los impulsos aislados en una variable provocan respuestas en otra variable y, con ello, se puede determinar si la primera causa a la segunda.

Además, según la descomposición de Cholesky, la variable que entra en primer lugar en el sistema opera como la más exógena y sus innovaciones afectan de manera contemporánea a las restantes variables del proceso. A su vez, la que se introduce en

segundo lugar resulta la segunda más exógena y sus perturbaciones repercuten contemporáneamente sobre las demás series, excepto la primera, sobre la que solo puede incidir de forma retardada. Este patrón de comportamiento se mantiene de forma sucesiva para todas las componentes del modelo por lo que la ordenación es importante y puede alterar la dinámica del sistema VAR.¹² Sin embargo, para solucionar este inconveniente se ha utilizado la función impulso generalizada propuesta por Pesaran y Shin (1998) que construyen una matriz de innovaciones ortogonal que depende de la ordenación dispuesta en el Modelo de Corrección de Error.

La FIR permite caracterizar la relación dinámica entre las series consideradas, ya que recoge el impacto que se deriva de la interacción de todas las variables. En este sentido, dichas funciones constituyen una herramienta analítica mucho más útil que el análisis individual de los parámetros del modelo, ya que sintetizan toda la información relevante que contienen dichos parámetros (Lütkepohl y Reimers, 1992). En resumen, la función impulso-respuesta refleja en qué grado los *shocks* en las diferentes variables son transitorios o persistentes en términos de su impacto sobre el resto.

A partir del MCE estimado previamente, se analiza la FIR y en los Gráficos 2 a 7 se representa la FIR generalizada de la respuesta de cada variable a un shock en el resto de variables demográficas y económicas. El análisis gráfico sugiere que un shock positivo de la TFR (Gráfico 2) lleva a un efecto en el mismo sentido en el GDP y en los SAL, aunque de carácter transitorio, además supone una disminución importante de la TMI a corto plazo y que se diluye rápidamente. Un shock negativo de la TMI (Gráfico 3) supone un incremento

¹² Esto es debido a que la ortogonalización acaba con la correlación entre los residuos, pero a cambio impone una interpretación concreta a través de la estructura recursiva de Wold.

en la TFR de forma permanente y especialmente a largo plazo, lo que sería indicativo de que el efecto coste, definido por Sah(1991), domina en la relación entre estas dos variables.

Por otra parte, un shock positivo del GDP (Gráfico 4), supone un efecto en el mismo sentido de la TFR, lo que supone un efecto renta positivo y por tanto que los hijos son tratados más como bienes de consumo que como bienes de inversión. También, un shock positivo del GDP (Gráfico 4), supone, por un lado, un efecto en el mismo sentido del SAL, como era de esperar; y por otro lado, una respuesta inversa a corto plazo en TMI, aunque este efecto se va diluyendo a medio y largo plazo. Por último, un shock positivo del nivel de los salarios (Gráfico 5) provoca una disminución en la TFR a medio y largo plazo, poniendo de manifiesto un efecto sustitución de salarios por hijos. En resumen, la TFR y el GDP responden a shocks en el resto de variables, lo que reafirma el carácter endógeno de las mismas.

6. Conclusiones

Este trabajo investiga las relaciones entre variables demográficas (Tasas de Fecundidad y de Mortalidad Infantil) y económicas (Producto Interior Bruto y Salarios), para el caso español, durante el periodo 1960-2000. En concreto, se estudia la existencia de relaciones de equilibrio a largo plazo entre ellas, tanto en un entorno bivariante como multivariante. Al mismo tiempo, se contrasta la endogeneidad o exogeneidad de las variables consideradas, mediante el análisis de un modelo de corrección de error que considere tanto las relaciones a corto como a largo plazo, detectadas mediante un análisis de cointegración previo.

Los resultados obtenidos se pueden resumir en los siguientes términos: en primer lugar, se verifica la existencia de relaciones de equilibrio a largo plazo entre las variables, en

segundo lugar, se observa un efecto renta positivo, derivado de la relación directa entre la TFR y GDP. En tercer lugar, se corrobora la relación negativa entre GDP y TMI, aunque sólo a corto plazo, y la relación positiva entre GDP y SAL. En cuarto lugar, el efecto coste domina entre TMI y TFR, mostrando ambas una relación negativa. Por último, se constata un incremento en el coste de oportunidad de los salarios respecto de la decisión de tener hijos, es decir que un incremento en SAL lleva a una disminución en la TFR. Finalmente, se confirma el carácter endógeno tanto de la TFR como de GDP.

7. Referencias bibliográficas

- Alam, Shaista; Mohsin H. Ahmed y Muhammad S. Butt (2003): "The dynamics of fertility, family planning and female education in Pakistan", *Journal of Asian Economics*, V.14, pp.447-463.
- Bailey, Roy E. y Marcus J. Chambers (1998): "The impact of real wage and mortality fluctuations on fertility and nuptiality in precensus England", *Journal of Population Economics*, V.11, pp.413-434.
- Barlow, R. (1994): "Population growth and economic growth: Some more correlations". *Population and Development Review*, V.20, pp. 53-165.
- Barro, R.J. y Sala-i-Martin, X. (1995): *Economic Growth*. McGraw Hill. New York.
- Becker, Gary S.; Murphy, K.M. y Tamura, R. (1990): "Human Capital, Fertility, and Economic Growth. *Journal of Political Economy*, V.98, N.5, pp.12-27.
- Becker, Gary S. y Robert Barro (1988): "A reformulation of the Economic Theory of fertility", *Quarterly Journal of Economics*, V.103, N.1, pp.1-25.
- Boswijk, H. Peter (1995): "Identifiability of Cointegrated Systems", *Technical Report*, Tinbergen Institute.

- Campbell, John Y. y Pierre Perron (1991): "Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots" *NBER Macroeconomics Conference*, Cambridge.
- Chou, Ray Y.; Victor K. Ng y Lynn K. Pi (1994): "Cointegration of international Stock Market Indices", *International Monetary Fund Working Paper* (WP 94/94).
- Ehrlich, I. y F. Lui (1997): "The problem of population and growth: a review of the literature from Malthus to contemporary models of endogenous population and endogenous growth", *Journal of Economic Dynamics and Control*, V.21, pp.205-242.
- Enders, Walter (1995). *Applied Econometric Time Series*, Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Engle, Robert F. y Clive W.J. Granger (1987). Cointegration and Error Correction Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, V.55, N.22, pp.251-276.
- Gonzalo, Jesús (1994): "Five alternative methods of estimating long-run equilibrium relationships", *Journal of Econometrics*, V.60, pp.203-233.
- Granger, Clive W.J. (1969): "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods", *Econometrica*, N.37, pp.424-438.
- Granger, Clive W.J. (1981): "Some Properties of time series data and their use in econometric model specification", *Journal of Econometrics*, V.16, pp.121-130.
- Hakkio, Craig S. y Mark Rush (1991): "Cointegration: how short is the long run?", *Journal of International Money and Finance*, V.10, pp.571-581.
- Harris, R.I.D. (1995): *Using Cointegration analysis in econometric modelling*. Prentice Hall.
- Hondroyannis, G. y E. Papapetrou (2001): "Demografic changes, labor effort and economic growth. Empirical evidence from Greece", *Journal of Policy Modelling*, V.23, pp.169-188.

- Hondroyiannis, G. y E. Papapetrou (2002a): "Demographic Transition in Europe", *Economics Bulletin*, V.10, N.3, pp.1-8.
- Hondroyiannis, G. y E. Papapetrou (2002b): "Demographic transition an economic growth: Empirical evidence from Greece", *Journal of Population Economics*, V.5, pp.221-242.
- Johansen, Soren (1988): "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, V.12, pp.231-254.
- Johansen, Soren (1991): "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models", *Econometrica*, V.59, pp.1551-1580.
- Johansen, Soren (1992): "Testing weak exogeneity and the order o cointegration in UK money demand data", *Journal of Policy Modeling*, V.14, pp.313-334.
- Johansen, Soren y Katerina Juselius (1990): "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration - with applications to the demand for money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, V.52, N.2, pp.169-210.
- Johansen, Soren y Katerina Juselius (1992): "Testing structural hypothesis in a multivariate cointegration analysis of the PPP and UIP for the U.K.", *Journal of Econometrics*, V.53, pp.7-36.
- Kalemli-Ozcan, S. (2003): "A stochastic model of mortality, fertility, and human capital investment", *Journal of Development Economics*, N. 70, pp.103-118.
- Kelley, A. y R. Schmidt (1995): "Aggregate population and economic growth correlations: the role of the components of demographic changes", *Demography*, N. 32, pp.543-555.
- Kwiatkowski, D., P. C. B. Phillips, P. Schmidt y Y. Shin (1992): "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root", *Journal of Econometrics*, V.54, pp.159-178.

- Lütkepohl, Helmut (1993): *Introduction to multiple time series analysis*, Second edition. Heidelberg; New York; London and Tokyo Springer.
- Lütkepohl, Helmut y Hans-Eggert Reimers (1992): “Granger-causality in cointegrated VAR processes. The case of the term structure”, *Economics Letters*, V.40, N.3, pp.263-268.
- Masih, A..M.M. y R. Masih (1997): “Can family-planning Programs “cause” a significant fertility decline in countries characterized by very low levels of socioeconomic developments?. New evidence from Bangladesh based on dynamic multivariate an cointegration time-series techniques, 1965-1991”, *Journal of Policy Modelling*, V.19, N.4, pp.441-468.
- Masih, A..M.M. y R. Masih (1999): “Is a significant socio-economic structural change a prerequisite for “initial” fertility decline in de LDCs? Evidence from Thailand based on a multivariate cointegration/vector error correction modelling approach”, *Journal of Population Economics*, N.12, pp.463-487.
- Masih, A..M.M. y R. Masih (2000): “The dynamics of fertility, family planning and female education in a developing economy”, *Applied Economics*, V.32, pp.1617-1627.
- McNown, R. (2003): “Cointegration modelling of fertility in the United States”, *Mathematical Population Studies*, V.10, N.2, pp.99-126.
- Morand, O.F. (1999): “Endogenous fertility, income distribution and growth”, *Journal of Economic Growth*, V.4, pp.331-349.
- Panapoulou, G. y P. Tsakloglou (1999): “Fertility and economic development: theoretical considerations and cross-country evidence”, *Applied Economics*, N. 31, pp.1337-1351.
- Pesaran, M. Hashem y Yongcheol Shin (1998): “Impulse Response Analysis in Linear Multivariate Models”, *Economics Letters*, V.58, pp.17-29.

- Phillips, P. C. B. y P. Perron (1988): "Testing for unit root in time series regression", *Biometrika*, V.75, pp.335-346.
- Rostow, W.W. (1990): *Theorists of economic growth from David Hume to present*. Oxford University Press, New York, NY.
- Sah, R. (1991): "The effect of child mortality changes on fertility choice and parental welfare", *Journal of Political Economy*, N.99, pp.582-606.
- Schultz, T.P. (1985): "Changing world prices, women's wages and the fertility transition: Sweden, 1860-1910", *Journal of Political Economy*, V.93, pp.1126-1154.
- Sims, Christopher (1980): "Macroeconomics and reality", *Econometrica*, V.48, N.1, pp.1-49.
- Wigger, B.U. (1999): "Pay-as-you-go financed public pensions in a model of endogenous growth and fertility", *Journal of Population Economics*, V.12, pp.625-640
- Yamada, T. (1985): "Causal relationships between infant mortality and fertility in developed and less developed countries", *Southern Economic Journal*, V.52, pp.364-370.
- Zhang, J. y J. Zhang, (2001): "Bequest motives, social security, and economic growth", *Economic Inquiry*, V.39, N.3, pp.453-466.

Cuadro 1.- Descripción de las Series

Variables	Descripción	Fuente
TFR	Tasa de fecundidad total. Es el número medio de hijos por mujer. Habitualmente es el número de hijos que tendría una mujer si se repitiera en el futuro las tasas de fecundidad para cada edad que se observan en un año dado.	Periodo 1960-1974: New Cronos (Eurostat). Tema: Población y condiciones sociales Dominio: Demografía Colección: Fecundidad Indicador demográfico: <i>Total Fertility Rate</i> Periodo 1975-2000: INE. Indicadores demográficos básicos.
TMI	Tasa de mortalidad infantil. Número de niños sobre 1000 que mueren antes de cumplir un año.	Periodo 1960-1974: New Cronos (Eurostat). Tema: Población y condiciones sociales Dominio: Demografía Colección: Mortalidad Indicador demográfico: <i>Infant Mortality Rate</i> Periodo 1975-2000: INE. Indicadores demográficos básicos.
GDP	Producto Interior Bruto per cápita	New Cronos (Eurostat). Tema: Economía y finanzas Dominio: Datos históricos de cuentas nacionales (ESA79) Colección: Cuentas nacionales-Agregados-Datos anuales Grupo: Agregados a precios constantes 1990 Tabla: Agregados a precios constantes en PPS (Paridad de poder de compra) Agregado: Gross domestic product at market prices (GDPmp) (N1). Unidad de medida: <i>current</i> PPS per cápita a precios constantes de 1990.
SAL	Salario medio	New Cronos (Eurostat). Tema: Economía y finanzas Dominio: Datos históricos de cuentas nacionales (ESA79) Colección: Cuentas nacionales-Agregados-Datos anuales Grupo: Agregados a precios constantes 1990 Tabla: Agregados a precios constantes en PPS (Paridad de poder de compra) Agregado: Compensation of employees (R10). Unidad de medida: <i>current</i> PPS por empleado a precios constantes de 1990 Faltan los datos de 1999 y 2000 y se han calculado a partir de los incrementos que proporciona la serie <i>Real compensation per employee (% yearly variation)</i> . Los datos hasta 1979 vienen con una unidad de medida distinta a los de 1980 y posteriores. Se han homogeneizado calculando el dato de 1979 respecto a 1980 con esa misma serie de incrementos.

Cuadro 2.- Contraste de Raíces unitarias

Para el contraste se ha utilizado el test de estacionariedad KPSS (Kwiatkowski *et al*, 1992) -KPSS- Tanto en las series en niveles como en diferencias se ha seguido el mismo procedimiento, en primer lugar se ha realizado el test con tendencia y constante (a) y, en el caso de que la tendencia no sea significativa se ha procedido a estimar el modelo con constante (b), exclusivamente. Los valores críticos al 1% y 10% son, para el modelo con constante y tendencia son 0.216 y 0.119, y para el modelo solo con constante son 0.739 y 0.347, respectivamente. El número de retardos considerado en cada variable ha sido de 2. * y ** indican que se acepta la H_0 de estacionariedad para un nivel de significatividad del 1% y 10%, respectivamente.

	Niveles	Modelo	Diferencias	Modelo
GDP	0.2492	(a)	0.1854*	(a)
SAL	0.3551	(a)	0.1728*	(a)
TFR	0.2437	(a)	0.3333**	(b)
TMI	0.2339	(a)	0.1551**	(b)

Cuadro 3.- Causalidad Bivariante a Corto Plazo

La muestra considerada se corresponde con los rendimientos logarítmicos anuales. La hipótesis nula a contrastar es que X no causa a Y en el sentido de Granger. “F” es el valor del estadístico de la F-snedecor que contrasta la causalidad a corto plazo. “p-value” indica el nivel de probabilidad al que se acepta la hipótesis nula. (*) indica el rechazo de la H0 al 10%.

Y	X	Retardos			
		1	2	3	4
GDP					
SAL	F	5.44568 *	4.69093*	4.02957 *	3.41444 *
	<i>p-value</i>	0.02532	0.01611	0.01604	0.02203
TFR	F	12.0198 *	4.76748*	2.8132*	2.34809 *
	<i>p-value</i>	0.00138	0.01518	0.05613	0.0797
TMI	F	1.76481	1.22739	0.55898	0.31534
	<i>p-value</i>	0.19239	0.30609	0.64621	0.86519
SAL					
GD P	F	0.33615	0.76935	0.92772	0.40315
	<i>p-value</i>	0.56567	0.47145	0.43939	0.80466
TFR	F	2.78978	1.58346	2.77583 *	3.00281 *
	<i>p-value</i>	0.10354	0.22046	0.0584	0.03587
TMI	F	0.4512	0.17763	0.27351	0.50942
	<i>p-value</i>	0.50605	0.83805	0.84401	0.72924
TFR					
GD P	F	0.04621	1.44253	1.50614	1.86838
	<i>p-value</i>	0.831	0.25084	0.23304	0.145
SAL	F	2.08112	0.43134	1.05308	0.73111
	<i>p-value</i>	0.15778	0.65325	0.38358	0.57866
TMI	F	1.82807	1.71627	1.52435	0.86954
	<i>p-value</i>	0.18479	0.19539	0.2284	0.49488
TMI					

GD	F	0.00388	0.33319	0.11824	0.26392
	<i>p-value</i>	0.95066	0.71902	0.94869	0.89852
P	F	0.01494	2.8508*	1.27661	0.94384
	<i>p-value</i>	0.90339	0.0721	0.30022	0.45385
SAL	F	6.35093		3.23552	2.29085
		*	1.29802	*	*
TFR	<i>p-value</i>	0.01631	0.28665	0.036	0.08556

Cuadro 4.- Test de Cointegración Bivariante

Test de cointegración bivariante, mediante los estadísticos de la Traza, que contrasta la hipótesis nula (H0) de que hay r vectores de cointegración, frente a la hipótesis alternativa (H1) de que existe, al menos, r+ 1 vectores de cointegración, donde r va desde 0 hasta 1, y del λ Máximo, que contrasta la hipótesis nula (H0) de que, como máximo hay r vectores de cointegración, frente a la hipótesis alternativa (H1) de que existe, como máximo, r+1 vectores de cointegración, donde r va desde 0 hasta 1. Las series utilizadas están expresadas en logaritmos. Los modelos se han elegido siguiendo el criterio de Schwarz. El número óptimo de retardos considerado ha sido de 1, determinado a partir de la estimación de un VAR en niveles. * Indica que se rechaza la H0 al 5%.

	H ₀	H ₁	Traza	λ Máximo	Tendencia en los datos		Retardo
					Const.	Tend.	
GDP-TFR	r=0	r> 0	26.64120*	18.72346*			
	r< = 1	r> 1	7.917737	7.917737	No	Si	No 2
GDP-TMI	r=0	r> 0	14.78801	12.31701			
	r< = 1	r> 1	2.470998	2.470998	Si	Si	No 2
GDP-SAL	r=0	r> 0	36.60137*	28.93680*			
	r< = 1	r> 1	7.664576	7.664576	Si	Si	Si 1
TFR-TMI	r=0	r> 0	29.13756*	21.85700*			
	r< = 1	r> 1	7.280557	7.280557	Si	Si	Si 2
TFR-SAL	r=0	r> 0	21.86028*	13.20447			
	r< = 1	r> 1	8.655815	8.655815	No	Si	No 2
TMI-SAL	r=0	r> 0	13.79268	10.80730			
	r< = 1	r> 1	2.985386	2.985386	Si	Si	No 2
Valores	r=0	r> 0	19.96	15.67			
Críticos al 95%	r< = 1	r> 1	9.24	9.24	No	Si	No
	r=0	r> 0	15.41	14.07			
	r< = 1	r> 1	3.76	3.76	Si	Si	No

r=0	r> 0	25.32	18.96			
r< =	r> 1	12.25	12.25	Si	Si	Si
1						

Cuadro 5.- Test de Cointegración Multivariante

Test de cointegración multivariante, mediante los estadísticos de la Traza, que contrasta la hipótesis nula (H0) de que hay r vectores de cointegración, frente a la hipótesis alternativa (H1) de que existe, al menos, r+1 vectores de cointegración, donde r va desde 0 hasta 1, y del λ Máximo, que contrasta la hipótesis nula (H0) de que, como máximo hay r vectores de cointegración, frente a la hipótesis alternativa (H1) de que existe, como máximo, r+1 vectores de cointegración, donde r va desde 0 hasta 1. Las series utilizadas están expresadas en logaritmos. El modelo estimado incorpora constante, pero no tendencia y ha sido elegido siguiendo el criterio de Schwarz. El número óptimo de retardos considerado ha sido de 2. * Indica que se rechaza la H0 al 5%.

TFR-TMI- GDP-SAL			
H₀	H₁	Traza	λ Máximo
r=0	r>0	80.25651*	41.26610*
r<=1	r>1	38.99041*	20.06505
r<=2	r>2	18.92536	10.80989
r<=3	r>3	8.115468	8.115468
Valores Críticos al 95%			
r=0	r>0	53.12	28.14
r<=1	r>1	34.91	22
r<=2	r>2	19.96	15.67
r<=3	r>3	9.24	9.24

Cuadro 6.- Test de restricciones

H₀: $\beta_i=0$	χ^2	p-value
TFR	6.876848*	0.032115
TMI	5.073137**	0.079138

GDP	9.811513*	0.007404
SAL	12.90182*	0.001579

*, ** Denotan el rechazo de la H_0 para un nivel de significatividad del 5% y 10%, respectivamente.

Cuadro 7.- Modelo de Corrección de Error

Entre paréntesis aparece el estadístico t-student. * Indica significativo a un 5 %

	ΔTFR_t	ΔTMI_t	ΔGDP_t	ΔSAL_t
TCE₁	0.099861* (3.30866)	0.082664 (1.29092)	0.055546 (1.88522)	0.104417* (3.47339)
TCE₂	-0.093600* (-4.38380)	- 0.118078* (-2.60657)	-0.006113 (-0.29327)	-0.004490 (-0.21114)
ΔTFR_{t-1}	-0.019548 (-0.10930)	0.318913 (0.84041)	-0.278792 (-1.59672)	-0.195457 (-1.09717)
ΔTMI_{t-1}	0.075077 (1.09112)	-0.161751 (-1.10799)	-0.077687 (-1.15654)	-0.075477 (-1.10130)
ΔGDP_{t-1}	0.296286* (2.15349)	0.051069 (0.17495)	0.556159* (4.14077)	-0.040376 (-0.29464)
ΔSAL_{t-1}	0.237932 (1.61110)	-0.101566 (-0.32415)	- 0.289035* (-2.00479)	-0.032617 (-0.22173)

Cuadro 8.- Test de exogeneidad débil

*, ** indica el rechazo de la hipótesis nula a un 5%, 10% de nivel de significatividad, respectivamente.

		Variables dependientes			
		ΔTFR_t	ΔTMI_t	ΔGDP_t	ΔSAL_t
Exogeneidad débil					
H₀: $\alpha_i = 0$	χ^2	11.09487 *	5.959995**	6.339397 *	18.56073 *
	p-value	0.003897	0.050793	0.042016	0.000093

Cuadro 9.- Test de causalidad a corto plazo

*, ** indica el rechazo de la hipótesis nula a un 5%, 10% de nivel de significatividad, respectivamente.

		Variables dependientes			
H ₀ : $\delta_i = 0$		ΔTFR_t	ΔTMI_t	ΔGDP_t	ΔSAL_t
δ_i					
ΔTFR_{t-1}	χ^2		0.70629	2.549501	1.20378
			6		6
	P-value		0.4007	0.1103	0.2726
ΔTMI_{t-1}	χ^2	1.190542		1.337593	1.21285
					7
	P-value	0.2752		0.2475	0.2708
ΔGDP_{t-1}	χ^2	4.637534*	0.03060		0.08681
			8		0
	P-value	0.0313	0.8611		0.7683
ΔSAL_{t-1}	χ^2	2.595644	0.10507	4.019200	
			2	*	
	P-value	0.1072	0.7458	0.0450	
Conjunto	χ^2	7.460341*	0.75592	7.833795	1.80144
		*	4	*	8
	P-value	0.0586	0.8600	0.0496	0.6146

Gráfico 1.- Evolución de las variables en tasas logarítmicas

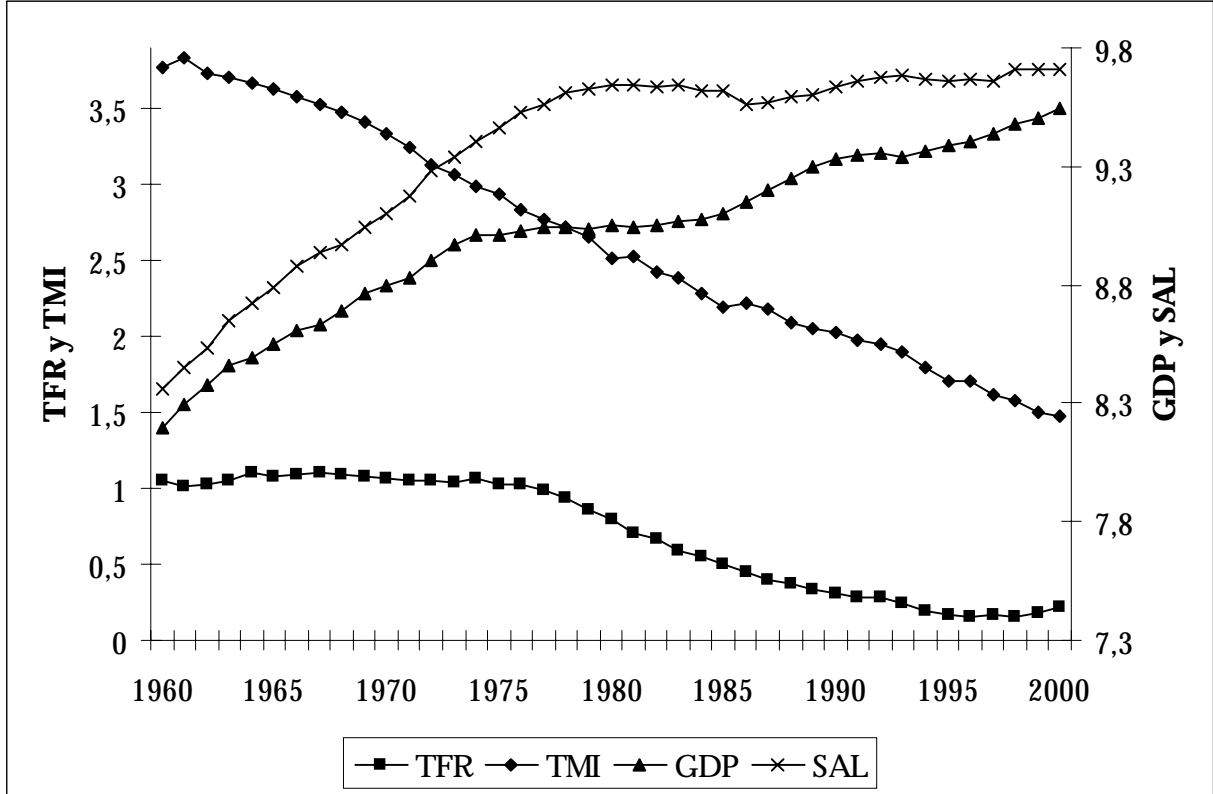


Gráfico 2.- Función impulso respuesta a un shock de la TFR

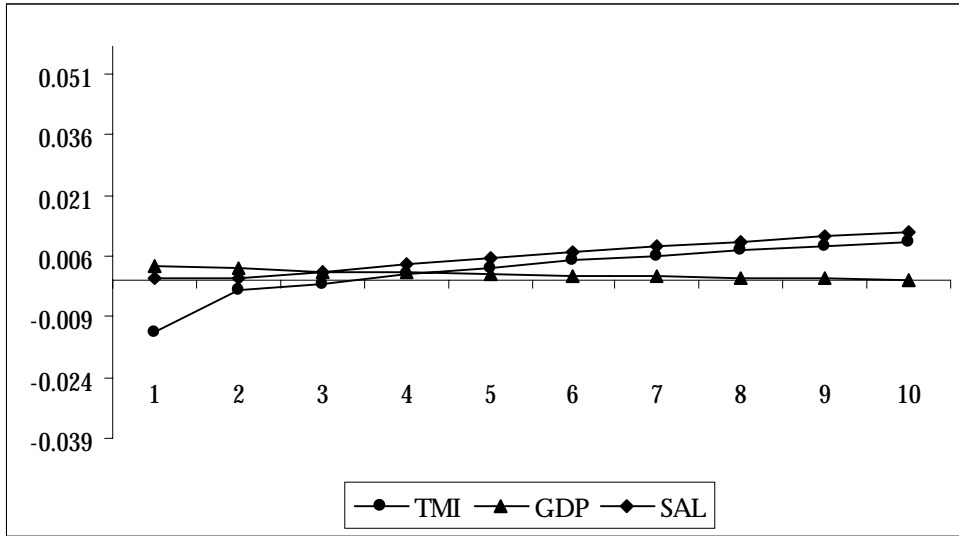


Gráfico 3.- Función impulso respuesta a un shock de la TMI

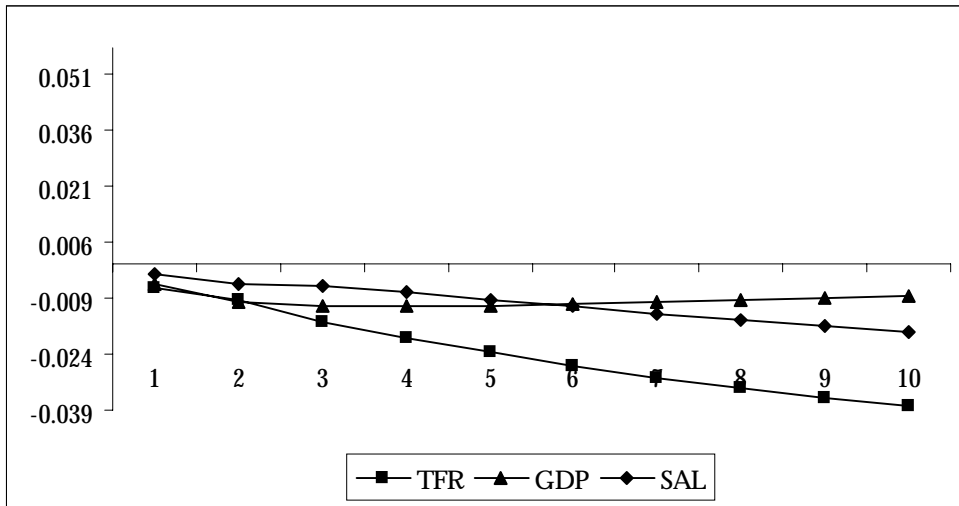


Gráfico 4.- Función impulso respuesta a un shock del GDP

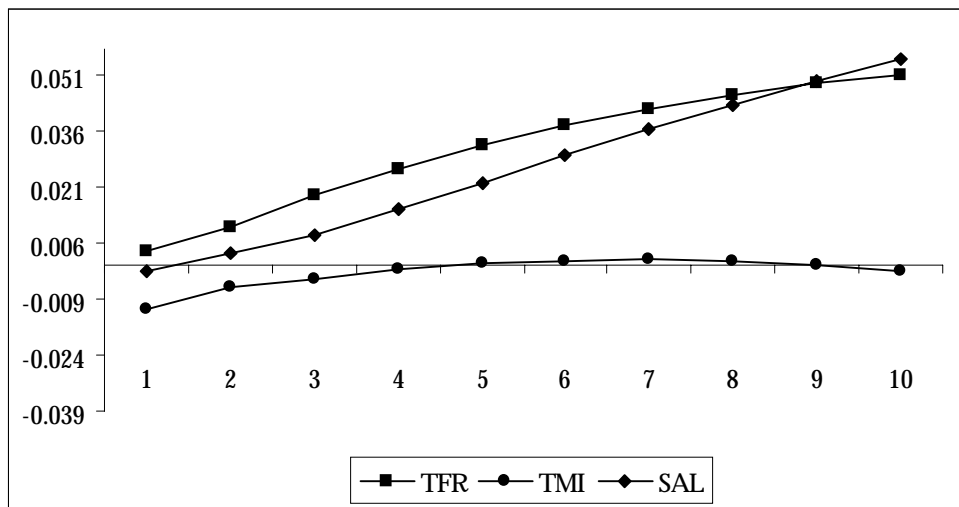
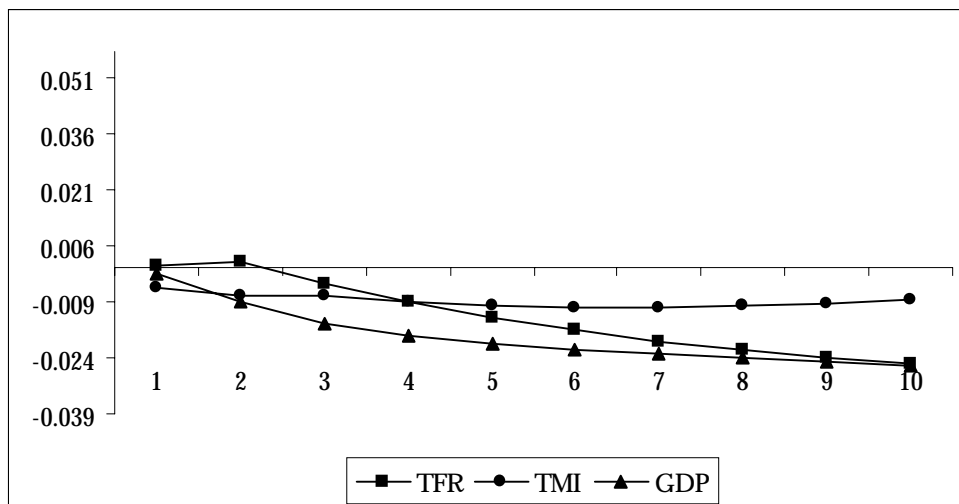


Gráfico 5.- Función impulso respuesta a un shock del SAL



Anexo 1.- Diferencias entre la metodología de Johansen y Juselius y la de Engle y Granger

◆ El test de Johansen y Juselius (JJ) es robusto a la presencia de heteroscedasticidad mientras que el de Engle y Granger (EG) asume que los residuos del modelo de cointegración son homoscedásticos.

◆ La metodología de JJ permite detectar desde 1 vector de cointegración hasta el número de variables independientes menos 1, mientras que la de EG sólo detecta como máximo 1 vector de cointegración.

◆ En la metodología de EG se ha de partir de una variable endógena predefinida. En JJ se supone que todas las series son potencialmente endógenas.

◆ En el marco de la metodología de EG los estimadores minimocuadráticos de los parámetros del vector de cointegración son muy sensibles a la normalización arbitraria implícita en la selección de la variable dependiente correspondiente a la regresión de cointegración. La aproximación de JJ es indiferente a distintas normalizaciones (Hamilton, 1994, pp. 589-590).

◆ Según Masih y Masih (1997a, p.64), el procedimiento de JJ proporciona distribuciones límite bien definidas y estadísticos apropiados para contrastar el número de vectores de cointegración, permitiendo plantear tests de restricciones en los coeficientes de los vectores. En cambio en EG los estadísticos carecen de distribuciones límite bien definidas, lo que dificulta la realización de los contrastes de restricciones lineales de los parámetros del vector de cointegración.

◆ Según Kremers *et al.* (1992), el procedimiento de cointegración en dos etapas propuesto por EG tiene baja potencia debido básicamente a que ignora información potencialmente valiosa al imponer de forma implícita una restricción de factor común cuando se aplica el test ADF para contrastar la estacionariedad de los residuos de la regresión de cointegración.

◆ El procedimiento de JJ proporciona resultados más robustos cuando hay más de dos variables (Gonzalo, 1994, p.203) y cuando el número de observaciones es mayor de 100 (Hargreaves, 1994, p.128).

Anexo 2.- Análisis de cointegración según la metodología de Johansen y Juselius

El punto de partida es la metodología de vectores autorregresivos (VAR) a partir de la siguiente expresión:

$$x_t = A_1 \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde x_t y ε_t son vectores $n \times 1$; A_1 es la matriz de parámetros ($n \times n$). Restando x_{t-1} en ambas partes de la ecuación 13 se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= A_1 \cdot x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= (A_1 - I) \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \pi \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

donde I es la matriz identidad ($n \times n$) y π es $(A_1 - I)$. El rango de π indicará el número de vectores de cointegración. Existen distintas formas de generalizar el modelo:

i) Aquel que considera la inclusión de una deriva (*drift*) en la ecuación:

$$\Delta x_t = A_0 + \pi \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde A_0 es un vector de constantes $n \times 1$. El efecto de su inclusión lleva consigo la aparición de una tendencia lineal en el Proceso Generador de Datos (PGD).

ii) Inclusión de una constante en el vector de cointegración. Simplemente se ha de considerar un sistema de $n+1$ variables con valores iguales a la unidad, por tanto:

$$\Delta x_t = \pi^* \cdot x_{t-1}^* + \varepsilon_t$$

donde $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$, $x_{t-1}^* = (x_{1t-1}, x_{2t-1}, \dots, x_{nt-1}, 1)'$, y

$$\pi^* = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \dots & \pi_{1n} & \pi_{10} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \dots & \pi_{2n} & \pi_{20} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \pi_{n1} & \pi_{n2} & \dots & \pi_{nn} & \pi_{n0} \end{bmatrix}$$

iii) El modelo multivariante puede generalizarse siguiendo un proceso autorregresivo de orden $(p-1)$:

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \cdot \Delta x_{t-p} + \pi \cdot x_{t-p} + \varepsilon_t$$

El rango de la matriz π será el número de vectores de cointegración independientes, que se puede obtener comprobando la significatividad de las raíces características (*eigenvalues* o valores propios) de $\pi(\lambda_i)$, que determinarán el rango de la matriz.

Si las series que componen x_t no están cointegradas, el rango de π es cero y todas sus raíces características son iguales a 1. El test para determinar el número de raíces características que son diferentes de la unidad se puede determinar utilizando los dos estadísticos siguientes:

El contraste de ratio de verosimilitud para contrastar la hipótesis de que existen r vectores de cointegración frente a la alternativa de que existen $r+1$:

$$\lambda_{traza}(r) = -T \cdot \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

El contraste de ratio de verosimilitud de la hipótesis de que existe un máximo de r vectores de cointegración es:

$$\lambda_{m\acute{a}x}(r, r+1) = -T \cdot \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

donde los $\hat{\lambda}_i$ son los valores estimados de la raíces características obtenidas al estimar la matriz π y T es el número total de observaciones.

El estadístico de la traza contrasta la hipótesis nula de que el número de vectores de cointegración es menor o igual que r , frente a la hipótesis alternativa de que no sea así. El segundo estadístico contrasta la hipótesis nula de que el número de vectores de cointegración es r frente a la alternativa que son $r+1$. Los valores críticos son obtenidos por Johansen (1988), si bien, Osterwald-Lenum (1992) recalculan, a través de procesos de Monte Carlo, los valores originales obtenidos por el primero (debido a que Johansen (1988) tabula los valores críticos para un rango que varía entre 2 y 5 series, Osterwald-Lenum (*op. cit.*) generaliza, ampliando el número de series a considerar), siendo estos valores modificados los utilizados como valores críticos en este Capítulo. Si bien, según Podivinsky (1998, p.4), los valores críticos tabulados pueden ser inapropiados cuando se aplican a tamaños muestrales inferiores a 100, esta limitación no afecta al análisis empírico realizado por disponer de una muestra más amplia.

Anexo 3.-Teorema de representación de Granger

Este teorema establece que si “N” componentes de un vector de series temporales, “x_t”, están cointegradas y el rango de cointegración es “r”, existe una representación del Modelo de Corrección de Error (MCE). De acuerdo con los modelos MCE, los errores de equilibrio de un periodo operan como mecanismo corrector del desequilibrio en el periodo siguiente, desviando a la variable dependiente en el sentido opuesto al error en una cantidad proporcional al mismo.

El hecho de que las variables cointegradas no se desvíen por término medio de sus niveles de equilibrio durante largos periodos de tiempo, pone de manifiesto la existencia de un MCE, pues de lo contrario las series evolucionarían libremente y, tenderían a divergir cada vez más entre sí por ser no estacionarias. En la práctica esto significa que la existencia de residuos estacionarios en la regresión estática entre X_t e Y_t (o viceversa), implica la existencia de un MCE. La representación en forma de MCE queda así justificada y puede utilizarse para estimar los parámetros relacionados con el comportamiento a corto plazo sin temor a resultados espurios. El problema de las regresiones espurias aparece frecuentemente cuando se halla la regresión estática entre series económicas afectadas por tendencias comunes, lo que lleva a encontrar un valor de R² elevado, sin que exista realmente una relación de causa-efecto. Cuando se lleva a cabo una regresión espuria suele aparecer un valor pequeño del estadístico, “d”, de Durbin-Watson, indicativo de que los errores de la ecuación están autocorrelacionados positivamente. Esto implica que los estimadores minimocuadráticos de los coeficientes son ineficientes y los estimadores de los errores estándar son inconsistentes.

Las discrepancias en el equilibrio a largo plazo se sustituyen por los residuos de la regresión estática en un primer paso:

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta_0 \Delta X_t - \gamma \mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

Es decir que los cambios en Y_t son debidos de inmediato, a los efectos a corto plazo de los cambios en X_t y al error del periodo anterior μ_{t-1}, que representa el ajuste a largo plazo del desequilibrio pasado donde:

$$Y_t = \delta + \beta \cdot X_t + \mu_t \rightarrow \mu_t = Y_t - \delta - \beta \cdot X_t$$

Posteriormente se estiman los parámetros de la ecuación 21. Si los residuos no se comportan como un ruido blanco, se deben introducir términos retardados de la variable explicada (ΔY_t) y/o de la variable explicativa (ΔX_t), hasta eliminar la presencia de la autocorrelación en los residuos:

$$\Delta Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^n \beta_i \Delta Y_{t-i} + \sum_{j=1}^m \beta_j \Delta X_{t-j} - \gamma \mu_{t-1} + \varepsilon_t$$